HUMANISTYKA I PRZYRODOZNAWSTWO 20 Olsztyn 2014

Krzysztof Kościuszko

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski
w Olsztynie

Warmia and Mazury University
in Olsztyn

STANISŁAW IGNACY WITKIEWICZ WOBEC NIESKOŃCZONOŚCI AKTUALNEJ

Stanisław Ignacy Witkiewicz in Relation to Actual Infinity

Słowa kluczowe: nieskończoność potencjalna, nieskończoność aktualna, kontinuum, monady, Arystoteles, ciągłość, atomy, wielkości nieskończenie małe, wielkości nieskończenie duże, Berkeley, Hume, Leibnitz, Kant, Cantor, teoria mnogości, Hilbert, formalizm, Poincare, intuicjonizm, podział w nieskończoność, paradoksy nieskończoności, Goedel.

Key words: potential infinity, actual infinity, continuum, monads, Aristotle, continuity, atoms, Infinitesimals, infinitely large magnitudes, Berkeley, Hume, Leibnitz, Kant, Cantor, set theory, Hilbert, formalism, Poincare, intuitionism, infinite divisibility, paradoxes of infinity, Goedel.

Streszczenie

W artykule rekonstruuję stanowisko Witkacego wobec nieskończoności aktualnej. Jego poglądy sytuuję na tle tradycji badawczych starożytności, średniowiecza i nowożytności. Konfrontuję jego interpretację z interpretacją filozoficznych formalistów i intuicjonistów.

Abstract

In the article I reconstruct the position of Witkacy to the question of the actual infinity. The views of Witkacy are located against a background of scientific traditions of the antiquity, of the Middle Ages and of the modern history. The interpretation of Witkacy is confronted with the interpretation of the representatives of the philosophical formalism and intuitionism.

Będę próbował zrekonstruować stanowisko Stanisława Ignacego Witkiewicza wobec nieskończoności aktualnej. W jego pracy pt. *Pojęcia i twierdzenia implikowane przez pojęcie istnienia* znajdujemy mnóstwo twierdzeń dotyczących istnienia, względnie nieistnienia nieskończoności aktualnej tak w wielkości, jak w małości. Witkiewicz często nie podaje, na podstawie jakiej tradycji badawczej formułuje swe tezy, nie bardzo więc wiadomo, jak je rozumieć. Tezy te prezentowane są czasem bez dowodu, bo ich autor przypuszcza, że jego czytelnicy domyślają się dowodowego uzasadnienia.

Wcale nie uważam, że wyczerpałem temat.

* * *

Na przestrzeni dziejów filozofii i nauki rozmaicie pojmowano wielkości nieskończenie małe. W początkach rozwoju rachunku różniczkowego i całkowego infinitezymale ujmowano jako wielkości bardzo bliskie zeru, ale nigdy się z nim niezrównujące. Czy o monadach Leibnitza można powiedzieć, że są „w pewnym sensie nieskończenie małe"?[1] Raczej nie – przecież infinitezymale rachunku różniczkowego dotyczyły „punktów fizycznych" (w znaczeniu Leibnitza), a monada nie jest punktem fizycznym. Punkty fizyczne miały według Leibnitza stanowić drobne rozciągłości nierówne zeru (punkty fizyczne tylko pozornie są niepodzielne, tj. nie mają części). Żaden obiekt fizyczny nie może mieć rozciągłości równej zeru, bo materia jest w nieskończoność podzielna; każda najmniejszą cząstkę materii (każdy fizyczny punkt) trzeba według Leibnitza ujmować jako świat pełen nieskończenie różnych stworzeń. Natomiast monady jako punkty metafizyczne (ich rozciągłość wynosi zero) są pozbawione części, stanowią centra działań i sił, i ostateczne składniki układów złożonych. Bez monad nie byłoby złożoności, bo bez prawdziwych jedności (jedności niepodzielnych) nie byłoby wielości stanowiącej o konstrukcji tego, co złożone. Właśnie monady jako punkty metafizyczne stanowią realny fundament bytu (Jak nierozciągłe monady mogą być realnym fundamentem rozciągłego bytu? W ten sam sposób, w jaki nierozciągła psychika może sterować rozciągłym ciałem), a nie np. punkty matematyczne. Te ostatnie są jedynie bytami abstrakcyjnymi. Czym są monady jako punkty metafizyczne? Są „duszami" (przecież dusze są nierozciągłe), czyli centrami psychizmu integrującego wielość w jedność. Monady są składnikami wielości, a zarazem jednością integrującą wielość w jedność (są „jednością-w-wielości" – jak powiadał Witkacy). Bardzo ryzykowne jest przyrównywanie monad Leibnitza do wielkości nieskończenie małych, które przecież zwykle przybierały wartości większe od zera, podczas gdy monada *ex definitione* nie mogła posiadać jakiejkolwiek rozciągłości (posiadała zerową rozciągłość).

A gdyby przyrównać monady Witkacego do wielkości nieskończenie małych? Czy takie porównanie miałoby sens? Otóż takie porównanie nie miałoby sensu, choć witkiewiczowskie monady posiadają niezerową rozciągłość. Nie miałoby sensu, bo z wielkości nieskończenie małych nie da się zbudować jakiejkolwiek skończonej wielkości. Gdyby monady Witkacego były wielkościami nieskończe-

[1] L. Gruszecki, A. Stachura, M. Zoła, *Wielkości nieskończenie małe w analizie matematycznej*, KUL, Lublin 2012, s. 86.

nie małymi, to wielokrotne zsumowanie takich monad nie doprowadziłoby do powstania jakiejś większej rozciągłości monadycznej. W świecie witkiewiczowskich monad nie ma możliwości dotarcia do monad nieskończenie małych. Brzmi to trochę arystotelesowsko – w jakim sensie? Dlaczego w ogóle sięgam do Arystotelesa? Równie dobrze mógłbym sięgnąć do Averroesa albo do Bradwardina. Otóż opozycja między ciągłością a nieciągłością jest równie wielowiekowa jak sama filozofia i matematyka. Opozycja ta we wczesnej myśli greckiej wyraża się poprzez opozycję między ciągłymi wielkościami geometrycznymi i nieciągłymi liczbami. Próby uzgodnienia ciągłości z nieciągłością zmusiły matematyków i filozofów greckich do użycia pojęcia nieskończoności, ale czy tylko Grecy zwrócili uwagę na te problemy? Poprzez całe dzieje matematyki nie byłoby zajmowania się nieskończonością, gdyby nieskończoność nie była ujmowana między innymi na tle problemu stosunku tego, co nieciągłe do tego, co ciągłe. Według Arystotelesa wielkości ciągłe dzielą się – w wyniku potencjalnie nieskończonego podziału – na kolejne ciągłe części. Witkiewicz mógłby się powołać na to stanowisko; w każdym bądź razie jego rozwiązania wpisują się w wielowiekową matematyczno-filozoficzną tradycję szukania odpowiedzi na pytanie o ziarnistą (nieciągłą), względnie ciągłościową strukturę obiektów matematycznych i fizycznych. Według Arystotelesa nie da się skomponować wielkości ciągłych z atomów, tj. z obiektów nie posiadających części. Z punktów nie zbudujemy linii. Podobnie sądził Witkiewicz: jeśli wielkości nieskończenie małe miałyby być jakimiś atomami (nie posiadającymi części), to jak z takich atomów zbudować świat ciągłości? Pojęcie ciągłości istnienia (materii) implikuje pojęcie nieograniczonej ilości części składowych budujących dany stwór żywy (albo „martwy")[2]. Wielkość nieskończenie mała jako produkt dzielenia materii w nieskończoność jest permanentnie nieosiągalna. Nieskończoność wielkości nieskończenie małej powinno się ujmować jako nieskończoność potencjalną. Podział materii nie ma końca; przy każdym etapie podziału otrzymujemy wielkości znowu dające się dzielić w nieskończoność. Powinno się odrzucić istnienie wielkości aktualnie nieskończenie małych, bo niemożliwością jest zbudowanie czegoś skończonego, a zarazem złożonego z cząstek o rozciągłości rzekomo różnej od zera, które jednak zachowują się tak jakby ich rozciągłość była równa zeru. Świat złożony z wielkości aktualnie nieskończenie małych byłby nicością, a nie światem. W takim świecie nie byłoby bowiem ani skończonej wielkości masy, ani gęstości, ani energii, ani ruchu[3].

Czyż Georg Cantor nie myślał podobnie? Uważał on przecież, że nie powinno się traktować wielkości potencjalnie nieskończenie małych jako wielkości

[2] S.I. Witkiewicz, *Pojęcia i twierdzenia implikowane przez pojęcie istnienia*, Hachette, Warszawa 2011, s. 99.

[3] Ibidem, s. 151.

aktualnie nieskończenie małych i na odwrót. Według twórcy teorii mnogości trzeba odrzucić istnienie wielkości aktualnie nieskończenie małych, bo takie wielkości „są sprzeczne z pojęciem liniowej wielkości liczbowej”[4], tzn. infinitezymala nie jest „wielkością liniową”, bo wielkość liniowa może być składnikiem innych skończonych wielkości liniowych. Chodzi o to, że z wielkości aktualnie nieskończenie małych nie da się skonstruować (ani za pomocą dodawania, ani mnożenia) jakiejkolwiek wielkości skończonej. Infinitezymala nie może być składnikiem jakiejkolwiek skończonej wielkości – właśnie to stwierdzenie przypomina argumentację Witkacego, zgodnie z którą nie da się z wielkości aktualnie nieskończenie małych zbudować ani skończonej masy, ani gęstości, ani energii, ani ruchu.

Witkacy wpisuje się w tradycję myślicieli niechętnych przyjmowaniu istnienia infinitezymali. Do tej tradycji należał m.in. Archimedes (i mnóstwo innych myślicieli), według którego przyjęcie infinitezymali oznaczałoby automatycznie przyjęcie istnienia liczb niearchimedesowych. Takie liczby, choć większe od zera, nie dają w wyniku ich wielokrotnego zsumowania jakichś większych całości (w stosunku do liczby wyjściowej). W dyskursie Witkacego wyraża się to niemożnością skonstruowania np. jakiejś większej masy danego obiektu fizycznego z sumowania masowych infinitezymali. Jak ocenić z punktu widzenia Witkacego aksjomat de l’Hospitala głoszący, że dwie wielkości można uznać za równe, nawet jeśli jedna z nich jest większa od drugiej o infinitezymalę? Czyż ten aksjomat nie potwierdza tezy Witkacego o bezsensowności przypisywania infinitezymali istnienia?

Na niechętny stosunek Witkacego do infinitezymali mogła mieć wpływ Berkeleyowska krytyka pojęcia wielkości nieskończenie małej. Berkeleya drażniło w rachunku różniczkowym i całkowym Newtona to, że w przypadku obliczania prędkości chwilowej infinitezymala czasowa dt była jednocześnie traktowana jako równa zero i jako nierówna zero. Dzieje się tak dlatego, że przy wyliczaniu prędkości chwilowej bada się stosunek infinitezymalnego przyrostu odległości do infinitezymalnego przyrostu czasu, które to przyrosty na początku ich wystąpienia nie mogą być równe zeru, ale w chwili znikania przybierają wartości zerowe. Jeśli jednak prędkość interpretujemy jako stosunek ds do dt, to jaki sens może mieć przyjęcie, że dt w mianowniku równa się zero? Przecież iloraz jakiejkolwiek wielkości skończonej przez zero równa się nieskończoności. Zresztą jeśli dt byłoby równe zeru, to i ds byłoby równe zeru, a nikt nie wie, jaką wartość może mieć zero podzielone przez zero. Witkacy mógł akceptować Berkeleyowską krytykę infinitezymali, ale czy mógł zaakceptować Berkeleyowski negatywny stosunek do nieskończonej podzielności materii i czasoprzestrzeni? Na pewno nie. W dys-

[4] R. Murawski, *Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych*, UAM, Poznań 1994, s. 168.

kursie Witkiewicza mamy pogodzoną krytykę infinitezymali z ideą nieskończonej podzielności materii (bo infinitezymala jako wielkość aktualnie nieskończenie mała miałaby być czymś niepodzielnym), natomiast Berkeley krytykował infinitezymale, jednocześnie akceptując ideę skończonej podzielności materii. Jak to jest możliwe? Można to zrozumieć, jeśli przyjmiemy założenie Berkeleya, że rozciągłościowe minimum powinno się ujmować jako tożsame z minimum zmysłowym, a to ostatnie niewiele ma przecież wspólnego z infinitezymalą, która na pewno przekracza to, co zmysłowo dane. Na przykład nieskończona podzielność linii jest według Berkeleya złudzeniem. Każda skończona linia, a tylko z takimi mamy do czynienia w realnej praktyce matematyczno-życiowej, zawiera tylko skończoną liczbę różnych części. Dziesięciotysięczną część jednej mili można sobie zmysłowo wyobrazić, ale nie wyobrazimy sobie zmysłowo jednej dziesięciotysięcznej cala, a więc taka dziesięciotysięczna część cala nie istnieje. Jeśli Berkeley odrzucał istnienie jednej dziesięciotysięcznej części cala, to tym bardziej musiał odrzucić istnienie infinitezymalnej części cala, która jako prawie równa zeru nie mogła w żaden sposób zmysłowo się zaprezentować.

Stanowisko Davida Hume'a niewiele się różni od stanowiska George'a Berkeleya; także i on odrzucił ideę nieskończonej podzielności materii-rozciągłości[5]. Dlaczego? Według Hume'a żadna skończona rozciągłość nie może być nieskończenie podzielna, bo skończona rozciągłość może zawierać tylko skończoną liczbę części. Skończona rozciągłość o tyle tylko mogłaby być nieskończenie podzielna, o ile zawierałaby nieskończoną liczbę części. I tak właśnie jest u Witkacego: kawałek skończonej materii jest w nieskończoność podzielny, bo ten kawałek zawiera nieskończenie wiele części. Jak to możliwe? Otóż Witkacy odróżnia rzędy wielkości danych części danej skończonej całości: każda część składowa składa się z jeszcze mniejszych części, których jest o wiele więcej aniżeli części z wyższego rzędu wielkości itd. w nieskończoność (chodzi o nieskończoność potencjalną)[6]. Natomiast Hume mówi o homogenicznych częściach danej całości, tj. takich, które pozostają w tym samym rzędzie wielkości. Mówiąc inaczej: Witkacy wprowadził nieskończoną hierarchię typów (przez analogię do hierarchii typów Russella i Chwistka), względnie rzędów wielkości, natomiast u Hume'a nie ma żadnych różnych typów wielkości poszczególnych części w stosunku do siebie. Hume odrzucił ideę nieskończonej podzielności materii, ale odrzucił też ideę części aktualnie nieskończenie małych, bo takie infinitezymale nie są istnościami dającymi się zmysłowo zaobserwować (jest to powtórzenie argumentu Berkeleyowskiego). Witkacy mógł to zaakceptować (choć z zupełnie innego powodu), ale nie mógłby zaakceptować negatywnego stosunku Hume'a do wszelkich idei wielkości aktualnie nieskończenie dużych, które – jako zmysłowo nieobser-

[5] D. Hume, *Traktat o naturze ludzkiej*, t. 1, PWN, Warszawa 1963, s. 48–49.

[6] S.I. Witkiewicz, *Pojęcia i twierdzenia...*, s. 99.

wowalne – nie powinny istnieć. Otóż według Witkacego np. czasoprzestrzeń całego wszechświata jest wielkością aktualnie nieskończenie dużą i to wielkością istniejącą realnie.

* * *

W pismach ontologicznych Witkacego znajdujemy wiele tez poświęconych nie tylko nieskończoności związanej z podziałem przedmiotów fizycznych i matematycznych na coraz drobniejsze części, ale także nieskończoności „astronomicznej", tj. nieskończoności dotyczącej np. czasoprzestrzennych rozmiarów całego Wszechświata. Witkacy jest pełen zachwytu i czci dla nieskończoności, zachwytu przypominającego uczucia Giordano Bruno i Immanuela Kanta; obce jest mu Pascalowskie względnie Keplerowskie uczucie zagubienia w nieograniczonej astronomicznie czasoprzestrzeni. Z jednej strony uznawał istnienie aktualnej nieskończoności astronomicznej jako faktu ontycznego, z drugiej – w dyskusjach epistemologicznych z przedstawicielami logicyzmu radził trzymać się, zgodnie z zaleceniami Henriego Poincarégo, nieskończoności potencjalnej jako jedynej zdolnej zagwarantować nam sensowność wypowiedzi. Akceptował więc intuicjonistyczne, bardzo sceptyczne podejście do pojęcia aktualnej nieskończoności, choć jednocześnie nie odrzucał definitywnie tego pojęcia. Pojęcie to jest zachowane, ale z zastrzeżeniem, iż nie jesteśmy w stanie adekwatnie poznać jakiegokolwiek bytu aktualnie nieskończonego. Aktualna nieskończoność istnieje, ale nie jest poznawalna.

Dlaczego jednak Witkacy uważał, że aktualna nieskończoność istnieje i że to istnienie jest konieczne? W jakich wypadkach możemy mówić o konieczności istnienia aktualnej nieskończoności, a w jakich wypadkach nie możemy? Przecież wiadomo, że Witkacy odrzucał – podobnie jak Georg Cantor oraz wielu innych matematyków i filozofów – istnienie wielkości aktualnie nieskończenie małych. A co z nieskończonością wielkości nieskończenie dużych? Czy ta nieskończoność jest aktualna czy potencjalna? Otóż Witkiewicz twierdził, że jedyną istnością aktualnie nieskończoną jest czasoprzestrzeń całego wszechświata[7]. Sama czasoprzestrzeń uobecnia się nam początkowo (w porządku poznawania) jako nieograniczona (tj. nie jesteśmy w stanie napotkać jej końca), ale przyjmując tę nieograniczoność „od razu musimy przyjąć jej aktualną nieskończoność"[8]. Dlaczego? Uważam, że do zrozumienia tego Witkiewiczowskiego przejścia od nieograniczoności (od nieskończoności potencjalnej) do nieskończoności aktualnej byłoby nam potrzebne odwołanie się do analogicznego matematycznego rozumowania Cantora. Otóż Cantor powiadał, że „każda nieskończoność potencjalna, jeśli ma być ściśle matematycznie użyteczna, zakłada nieskończo-

[7] Ibidem, s. 40.
[8] Ibidem.

ność aktualną"[9]. (Ciekawe swoją drogą jest to, że według Einsteina czasoprzestrzeń może być nieograniczona, a jednak skończona; a więc nieograniczoność nie zakładałaby aktualnej nieskończoności). Uzasadnienie jest następujące: jeśli posiadamy wielkość zmienną w sensie nieskończoności potencjalnej, to musimy przedtem znać zakres zmienności tej wielkości, a „ten zakres nie może sam być znów czymś zmiennym" (tj. nie może się ani kurczyć, ani rozszerzać), „bo inaczej zabraknie nam jakiejś stałej i pewnej podstawy całego rozważania; a zatem zakres ten jest pewnym określonym aktualnie nieskończonym zbiorem"[10].

Wydaje mi się, że Witkacy argumentuje podobnie: jeśli np. przestrzeń jest wielkością zmienną nieograniczoną, to ta nieograniczoność jest możliwa tylko dzięki temu, że ta sama przestrzeń jest z góry określonym statycznym obszarem, na tle którego mogą dokonywać się zmiany. Dynamika bycia-coraz-dalej jest możliwa tylko na tle statyczności przekraczanego obszaru. Przekraczany obszar musi być z góry dany jako zupełny (jako zaktualizowany), jako pewna niezmienna i zrealizowana całość, aby stopniowe przekraczanie granic tego obszaru było możliwe; jeszcze inaczej: aby posuwanie się naprzód było możliwe, musi istnieć pewna ścieżka do wędrowania i przekraczania kolejnych skończonych odcinków drogi. Podobieństwo z Cantorem wyczerpuje się jednak na akceptacji istnienia pewnej szczególnej wielkości aktualnie nieskończenie dużej, różnice dotyczą możliwości poznania tej aktualnej nieskończoności. Tutaj Witkacy wygłasza tezy agnostyczne i weźmie stronę intuicjonistów matematyczno-filozoficznych w sporze z logicyzmem.

Można by zapytać: jeśli Witkiewicz akceptował istnienie aktualnej nieskończoności czasoprzestrzeni na podstawie tego oto argumentu, że nieograniczoność czasoprzestrzeni zakłada jej aktualną nieskończoność, to dlaczego nie zaakceptował teorii mnogości Cantora, który zastosował podobny argument do uznania istnienia aktualnej nieskończoności w obszarze liczb i zbiorów? Dlaczego poparł Poincarégo, bardzo negatywnie odnoszącego się do tez teorii mnogości, tez wyrażających matematyczne własności liczb pozaskończonych? Ta jego postawa może wynikać właśnie z tego, że argument wykazujący samo istnienie aktualnej nieskończoności nie jest jeszcze argumentem wykazującym możliwość poznania własności tej aktualnej nieskończoności. Przecież ówczesna teoria mnogości pełna była paradoksów i antynomii, a jak dowiódł Kurt Goedel, niesprzeczność arytmetyki formalnej (w skład której wchodzi teoria zbiorów Cantora) nie da się wykazać metodami tejże arytmetyki formalnej. Niesprzeczność arytmetyki formalnej można wykazać w systemie wyższego rzędu, który z kolei sam z siebie nie jest w stanie dowieść swej własnej niesprzeczności itd. w nieskończoność.

9 R. Murawski, op. cit., s. 171.
10 Ibidem.

Jeśli według Witkacego czasowi i przestrzeni łącznie przysługuje nieskończoność potencjalna i aktualna, to jaki był jego stosunek do antynomii Kanta? W tezie pierwszej antynomii głosi się czasową i przestrzenną skończoność świata z tej oto przyczyny, że odrzucenie takiej skończoności oznaczałoby uznanie świata za aktualnie nieskończony, a to byłoby według Kanta niemożliwe do przyjęcia. Jeśli więc taką aktualną nieskończoność świata Witkiewicz – w przeciwieństwie do Kanta – uważa za możliwą, a nawet konieczną do przyjęcia, to jasne, że musiał on zanegować czasoprzestrzenną skończoność świata, czyli odrzucić tezę pierwszej antynomii. Zaakceptował za to antytezę pierwszej antynomii, głoszącą potencjalną nieskończoność czasu i przestrzeni. Według Kanta świat nie może mieć czasowego początku, bo to wymagałoby przyjęcia pustego absolutnego czasu egzystującego jeszcze przed jego początkiem, co jest niemożliwe; jest niemożliwe, bo pusty czas nie istnieje bez wypełniających go procesów. Podobnie uznanie przestrzennych granic świata wymagałoby akceptacji pustej przestrzeni absolutnej, która przecież nie może istnieć bez wypełniających ją rzeczy. Jeśli więc nie da się pomyśleć świata jako ograniczonego w czasie i w przestrzeni, to Kant przypisał mu nieskończoność potencjalną (świat istnieje bez czasowego początku i bez przestrzennych granic). I z tym Witkacy się zgadzał; co więcej, uzupełnił Kanta o tezę, zgodnie z którą przyjęcie nieskończoności potencjalnej czasoprzestrzeni implikuje automatyczne przypisanie jej nieskończoności aktualnej. Zgadzał się też z Kantem, że czas i przestrzeń są niczym bez wypełniających je procesów i rzeczy. Uznanie istnienia aktualnej nieskończoności czasoprzestrzeni nie jest jednak według Witkacego równoznaczne z możliwością adekwatnego poznania własności aktualnej nieskończoności ani w przypadku czasoprzestrzeni, ani w ogóle w jakimkolwiek innym przypadku. Czy to będzie nieskończona czasoprzestrzeń czy też nieskończoność jakiejkolwiek innej przedmiotowości – zawsze pozostanie ona istnością niezgłębialną (tajemniczą). W sporze Poincarégo z Russellem i z Hilbertem opowiadał się po stronie intuicjonizmu. Zresztą samego Kanta można uznać za intuicyjnego prakonstruktywistę. Brouwer wraz z Poincarém nie bez przyczyny powoływali się na Kantowskie pojęcie intuicji i czasowości.

Otóż zdaniem autora *Krytyki czystego rozumu* aktualna nieskończoność nie może być nam dana w jakimkolwiek możliwym doświadczeniu. Nieskończoność nam dostępna dotyczy serii zjawisk wytworzonych przez naszą myśl, a nie bytów istniejących niezależnie od nas. Nieskończone całości nie są odkrywane; realizują się (konstruują) dzięki syntezie zjawisk. Nie jesteśmy w stanie zebrać (scałkować) ich nieskończonej wielości w jedną całość. Nawet gdybyśmy wzięli jakąś skończoną rozciągłość geometryczną składającą się z nieskończonej liczby punktów, tj. nawet gdybyśmy rozpatrzyli rzekomo nieskończony (w znaczeniu nieskończoności aktualnej) podział wielkości ciągłej, nawet wtedy aktualna nieskończoność nie byłaby nam dana. Chociaż pewna skończona rozciągłość (np. jakiś odcinek) geometryczna prezentuje się nam w całości, nie upoważnia to nas do stwierdzenia, że istnieje aktualna nieskończoność wszystkich części tej rozciągłości, a to dlatego, że części nie istnieją niezależnie od aktów dzielenia, lecz są wytwarzane właśnie dzięki tym aktom. A ponieważ dzielenia nie można zakończyć (bo mamy do czynienia z ciągłą wielkością dzieloną), zatem wytworzonych części nigdy nie da się scałkować w nieskończoną całość. Nie da się poznać nieskończoności aktualnej, bo nasze poznanie dokonuje się w czasie. Dana wielkość jako jedność w wielości elementów współistniejących konstytuuje się najpierw w czasowym następstwie intencjonalnych aktów dodających do siebie kolejne elementy rosnącej wielkości, by w końcu utworzyć przestrzenną (jednoczesną) całość, która jest w rzeczywistości całością dynamiczną, rozwijającą się w czasie, bo do tej całości ciągle przybywają kolejne składniki. Nie da się w jednym akcie sumującego całkowania objąć całego szeregu nieskończonej wielkości, nie da się zebrać tego szeregu w jedną całość, bo niestety nasza świadomość czasuje się na sposób skończony. Nie da się pomyśleć absolutnej całości, bo taka całość – jako konstruowalna w aktach syntezy czasowo-dynamicznej (przyrastającej, wchłaniającej coraz to nowe elementy nieskończonego szeregu zjawisk) – domagałaby się dla swego własnego ukonstytuowania się czegoś paradoksalnego, a mianowicie zakończenia nieskończenie długiego czasu. Absolutna synteza kolejnych elementów aktualnej nieskończoności mogłaby się dokonać tylko wtedy, gdyby dobiegł końca nieskończony czas, ale zrealizowanie takiej nieskończonej syntezy jest niemożliwe dla ludzkiej świadomości. Być może boski intuicyjny intelekt (intelekt działający poza czasem) byłby w stanie ogarnąć jednym jednoczesnym spojrzeniem wszystkie części stającej się i zarazem zrealizowanej całości (w czasowo znieruchomiałej doskonałości ostatecznego scałkowania).

Trzeba jednak powiedzieć, że stanowisko Kanta oscylowało między negatywnym stosunkiem do aktualnej nieskończoności (całości nieskończonej) i związaną z tym niewiarą w możliwość istnienia metafizyki jako nauki a próbami ocalenia zarówno aktualnej nieskończoności, jak i naukowej metafizyki. Kant np. twierdził, że nie da się poznać istoty Boga jako istności aktualnie nieskończonej, ale używał idei Boga do określenia relacji między pojęciami stworzonymi przez ludzi a ideą bytu transcendentnego. W *Krytyce władzy sądzenia* dopuszcza możliwość myślenia o „całości rzeczywistości" jako nieskończoności aktualnej – myślenia, które nie popadałoby w antynomie obecne w *Krytyce czystego rozumu*. Myślenie o aktualnej nieskończoności miałoby świadczyć o ponadzmysłowych zdolnościach ludzkiego umysłu; przykładem takiego myślenia jest myślenie o noumenie. Chociaż pojęcia metafizyczne nie są czynnikami konstytutywnymi doświadczenia naukowego, to nie są pozbawione sensu regulatywnego. W *Krytyce praktycznego rozumu* Kant pokazuje wprost, jak można rozstrzygnąć kwestie metafizyczne nie w oparciu o naukowe myślenie, ale o myślenie praktyczno-etyczne. To Kantowskie oscylowanie między naukową empirią a transcendencją jak najbardziej mieści się w paradygmacie Witkiewiczowskiej filozofii. W tej filozofii odnaleźć też można w zmienionej postaci oscylowanie stanowiska Kanta wobec nieskończoności aktualnej – dlaczego więc Witkiewicz akceptował intuicjonistów matematyczno-filozoficznych, u których nie ma takich rozterek?

Otóż Witkacy nie akceptował ich rozwiązań w całej rozciągłości. U Poincarégo podobał mu się finityzm, obstawanie francuskiego matematyka przy nieskończoności potencjalnej (stopniowalnej). Poincaré krytykował stosowanie definicji niepredykatywnych, prowadzących do błędnego koła[11]. Nie powinno się np. definiować elementu jakiegoś zbioru za pomocą zmiennej przebiegającej wszystkie elementy (w tym także element definiowany) tego zbioru. Wyrażenie definiujące nie powinno zależeć od istności definiowanej, a właśnie z takimi sytuacjami mamy bardzo często do czynienia w pracach poświęconych nieskończoności aktualnej. Uznanie istnienia aktualnej nieskończoności umożliwia stosowanie procedur niepredykatywnych i na odwrót. Z kolei użycie niepredykatywnych definicji prowadzi do powstania paradoksów i sprzeczności. Aby ich uniknąć, trzeba by unikać niepredykatywnych klasyfikacji i definicji oraz próbować dokonywać przekładu (tłumaczenia) wypowiedzi dotyczących nieskończoności na wypowiedzi odnoszące się do skończoności. Witkacemu na pewno podobało się to, że Poincaré odrzucał sensowność mówienia o aktualnej nieskończoności z powodów epistemologicznych: wszak ludzki skończony umysł nie jest w stanie aktualnie skonstruować nieskończenie wielu przedmiotów. Czym jednak różnił się Witkacy od Poincarégo i innych intuicjonistów, a także od Davida Hilberta? Różnił się tym, że dla niego matematyczno-epistemologiczna niemożliwość formułowania sensownych (niesprzecznych) wypowiedzi na temat aktualnej nieskończoności nie oznaczała metafizycznego (ontologicznego) nieistnienia tejże nieskończoności. Poincaré jest bliski w swym finityzmie pewnym elementom finityzmu Hilberta, choć czysto formalistyczny program tego ostatniego myśliciela różnił się od intuicjonizmu autora *Nauki i metody*. Witkiewicz, akceptując finityzm Poincarégo, mógł też akceptować pewne wątki finityzmu Hilberta, a już na pewno ucieszyłyby go wyniki twierdzeń Goedla, które falsyfikowały Hilbertowski program formalistyczny. Hilbert głosił potrzebę sformalizowania wszystkich teorii matematycznych, łącznie z dowodami twierdzeń. Chciał ratować klasyczną matematykę, posługującą się aktualną nieskończonością, przed krytycyzmem intuicjonistów, którzy co prawda stworzyli własną intuicjonistyczną matematykę, wolną od nieskończonościowych paradoksów i antynomii, ale dokonali tego kosztem znacznej eliminacji tego, co dotychczas uchodziło za wartościowe w klasycznej matematyce. Hilbertowi chodziło także o udowodnienie niesprzeczności nieskończonościowej matematyki, ale miałoby to być zrealizowane w ten sposób, że rozumowania zakładające aktualną nieskończoność byłyby wyrażalne

[11] S.I. Witkiewicz, *Pisma filozoficzne*, t. III, PIW, Warszawa 1977, s. 249.

poprzez rozumowania odwołujące się jedynie do nieskończoności potencjalnej – i tego typu redukcjonizm jak najbardziej mieści się w programie Witkacego. Co się nie mieści w tym programie, to fakt, że w formalizmie Hilberta hipoteza aktualnej nieskończoności stawała się niepotrzebna. Hilbert nie przypisał bowiem aktualnej nieskończoności realności ontologicznej.

Jakich antynomii chcieli uniknąć matematycy i filozofowie usiłujący zbudować niesprzeczne fundamenty pod gmachem matematyki? Chodziło m.in. o antynomię Russella. W tej antynomii użycie pojęcia zbioru wszystkich zbiorów nie będących swoimi własnymi elementami prowadzi do sprzeczności, bo taki zbiór jest i nie jest swym własnym elementem. W antynomii Burali-Fortiego twierdzi się, że nie istnieje zbiór, którego elementami są wszystkie liczby porządkowe, bo gdyby taki zbiór istniał, natknęlibyśmy się na sprzeczności. Z kolei w antynomii Cantora jest mowa o tym, że zbiór wszystkich zbiorów jest i nie jest najliczniejszy ze wszystkich zbiorów (np. jest najliczniejszy z założenia, ale zbiór jego podzbiorów jest jeszcze liczniejszy od niego (zgodnie z twierdzeniem Cantora), a więc zbiór wszystkich zbiorów nie jest najliczniejszy. Aby uniknąć antynomii, zaczęto m.in. formułować aksjomaty dla teorii mnogości. Zajęli się tym Zermelo, Fraenkel, von Neumann, Bernays, Goedel i inni. Sam Bertrand Russell wypracował rozgałęzioną teorię typów, która miała uspójnić dotychczasową postać teorii mnogości; jej uproszczoną wersję stworzył Leon Chwistek. Ale żadnej z tych prób eliminacji sprzeczności nie można uznać za ostateczną. Wynika to z drugiego twierdzenia Goedla. Drugie twierdzenie Goedla głosi, że nie da się dowieść niesprzeczności systemu formalnego zawierającego teorię zbiorów Cantora w ramach tego systemu. Taki dowód niesprzeczności możliwy jest w ramach systemu wyższego rzędu, który z kolei potrzebuje systemu jeszcze wyższego rzędu do wykazania swej własnej niesprzeczności itd. w nieskończoność. Zatem ściśle biorąc nie da się udowodnić niesprzeczności teorii mnogości. Proces uniesprzeczniania idzie w nieskończoność, a więc zdaniem intuicjonistów jest niewykonalny. Może więc intuicjoniści wraz z Witkacym mają rację, sugerując, że zagrożone sprzecznościami mówienie o nieskończoności aktualnej powinno się zastąpić mówieniem o nieskończoności potencjalnej?

* * *

Czy Witkiewicz przypisywał nieskończoności jakąś ontologiczną realność? O ile jego zdaniem zbiorom potencjalnie nieskończonym można przypisać jakąś realność wynikającą z ich zakorzenienia w materialnym świecie, o tyle „nie możemy pomyśleć sobie nic aktualnie nieskończonego w wielkości, prócz przestrzeni i czasu”[12]. Zbiory aktualnie nieskończone są „niewyobrażalne”, tj. niekonstru-

[12] S.I. Witkiewicz, *Pojęcia i twierdzenia...*, s. 40.

owalne w znaczeniu intuicjonistów – nie da się ludzkim intelektem aktualnie skonstruować nieskończenie wielu elementów. W dyskursie intuicjonistów (Poincaré, Borel, Lebesgue) odróżnia się wyraźnie matematykę od logiki. Logiczna niesprzeczność nie wystarcza do udowodnienia dowolnej matematycznej tezy. W matematyce wymagane jest podanie jakiejś konstrukcji pozwalającej otrzymać to, co głosi dane, nie udowodnione jeszcze twierdzenie. Z tego, że jakieś zdanie nie pociąga za sobą sprzeczności, nie wynika, że to zdanie jest prawdziwe. Nawet gdyby dało się udowodnić (jak tego chciał Hilbert), że teoria mnogości jest niesprzeczna, to i tak nie byłby to dowód na to, że istnieją aktualnie nieskończone obiekty (i ich własności) opisywane przez Cantora. Natomiast zbiory potencjalnie nieskończone jako przeliczalne dają się według intuicjonistów „pomyśleć" (skonstruować), ale czy istnieją one realnie? Dany matematyczny przedmiot istnieje o tyle, o ile posiadamy metodę skonstruowania tego przedmiotu, ale czy ten matematycznie skonstruowany przedmiot odzwierciedla jakieś pozamatematyczne fakty? Fakty ontyczne? Taki np. Gerrit Mannourry bardziej interesował się psychicznymi skojarzeniami i emocjami leżącymi u podstaw matematycznych formuł aniżeli ich przedmiotowymi odpowiednikami. Z kolei Luitzen Brouwer wywodził matematykę z praintuicji apriorycznego czasu, z czasu pojętego po kantowsku jako czysta i aprioryczna forma naoczności. Skończone liczby porządkowe, nieskończoność potencjalna oraz liniowe kontinuum miałyby się wywodzić nie z obserwacji zewnętrznego świata, lecz z ciągle odtwarzanej wewnętrznej intuicji dwujedności.

Większość pojęć używanych przez Brouwera nie jest zakorzeniona ontologicznie, np. pojęcie rzeczy jest sprowadzone do mniej lub bardziej trwałych związków wrażeń, a pojęcie związku przyczynowo-skutkowego jest utożsamione z następstwem obrazów mentalnych. Jest to konsekwencją idealistycznego monizmu Brouwera, według którego doświadczana rzeczywistość zewnętrzna jest jedynie sumą wewnętrznych wyobrażeń. Nie istnieje materialna rzecz, która miałaby być przyczyną naszych wrażeń i wyobrażeń, nie istnieje materialno-empiryczna przyczyna naszej wewnętrznej przedmiotowości matematycznej. Trudno więc uznać, by Brouwer przyznawał nieskończoności potencjalnej jakąś realność ontyczną – co dopiero mówić o nieskończoności aktualnej.

Jeśli jednak cofnąć się w czasie do najlepiej znanej Witkiewiczowi twórczości Poincarégo, to i tutaj miał do czynienia z subiektywizmem. Subiektywizm Poincarégo polega ma tym, że – jako konstruktywista – odrzuca istnienie wszelkiej matematycznej przedmiotowości, która byłaby niezależna od ludzkiej podmiotowości. Przedmioty matematyki są konstruowane, a nie odkrywane – jest to stanowisko antyplatońskie, ale zarazem nie jest to empiryzm. Poincaré akceptuje potencjalną nieskończoność nie dlatego, że odkrywa ją w przyrodzie, względnie w kosmosie fizycznym, lecz dlatego, że taka nieskończoność da się finitystycznie skonstruować w procedurach matematyki. Podobnie nie akceptuje on aktualnej nieskończoności nie dlatego, że nie odsłania mu się ona w realnym świecie zewnętrznym, lecz dlatego, że jest z matematycznego punktu widzenia niekonstruowalna. Subiektywizm Poincarégo uwidacznia się także w jego konwencjonalizmie, według którego prawa np. geometrii nie są opisem świata rzeczywistego, lecz konwencjami nie mającymi wiele wspólnego z prawdą. Konwencje mogą być użyteczne, wygodne, ale nie są prawdziwe.

O ile konstruktywistyczni intuicjoniści przyznawali nieskończoności potencjalnej „realność" polegającą na możliwości bycia matematycznie skonstruowaną oraz odmawiali jej istnienia ontologicznego, o tyle Witkacy akceptował nieskończoność potencjalną zarówno jako możliwy wytwór matematycznych konstrukcji, jak i jako nieskończoność istniejącą w samej przyrodzie.